平成３１年度入学試験問題（後期日程）

数　学

出 題 意 図

問題$\boxed{1}$　平面上の領域に関する基礎的な理解，ならびに不等式を扱う基礎的な力をみる。

問題$\boxed{2}$　放物線に関する基礎的な力をみる。

問題$\boxed{3}$　共分散についての理解，ならびに三角関数を扱う基礎的な力を見る。

問題$\boxed{4}$　微分・積分に関する基礎的な力，および関数の高階微分を扱う力を見る。

問題$\boxed{5}$　整数，および２次不等式を論理的に考察する力をみる。

問題$\boxed{6}$　複素数と平面図形に関する基礎的な力をみる。

後期日程

平成 31 年度入学試験問題

数　学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので，解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また，解答用紙は問題ごとに別になっているので，注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって，志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学科	解答する問題
経法学部	応用経済学科	$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$ の 3 問
理学部	全学科	$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$ の 5 問
工学部	電子情報システム工学科 水環境・土木工学科 機械システム工学科 建築学科	$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$ の 4 問
繊維学部	全学科	$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$ の 4 問

$\boxed{1}$ 連立不等式 $x^2+y^2 \leqq 1$，$x \geqq 0$，$y \geqq 0$ の表す領域を D とする。

(1) 領域 D を図示せよ。

(2) 点 $\mathrm{P}(x, y)$ が領域 D 上を動くときの $\dfrac{1}{2}x+y$ の最大値と最小値を求めよ。また，それらを与える点 P の座標をそれぞれ求めよ。

$\boxed{2}$ a を正の定数とする。$a < t$ をみたす実数 t に対し，放物線 $y = (x-a)^2$ 上の x 座標が t である点における接線を ℓ_1 とし，ℓ_1 と x 軸の交点を P とする。点 P で ℓ_1 と垂直に交わる直線を ℓ_2 とし，ℓ_2 と y 軸との交点を Q とする。2 点 P，Q と原点 O を頂点とする三角形の面積を $S(t)$ とする。$S(t)$ の最小値を a を用いて表せ。

3 n を自然数とする。

(1) 等式 $\displaystyle\sum_{k=1}^{2n} \cos\frac{k\pi}{n} = 0$ を示せ。

(2) c を実数とする。自然数 k に対し，

$$a_k = c\sin\frac{k\pi}{4n} - \cos\frac{k\pi}{4n}$$
$$b_k = c\sin\frac{k\pi}{4n} + \cos\frac{k\pi}{4n}$$

とおく。2 つの変量 a，b のデータが，$8n$ 個の a，b の値の組として，次のように与えられているとする。

$$(a_1, b_1),\quad (a_2, b_2),\quad \cdots\cdots,\quad (a_{8n}, b_{8n})$$

このとき，2 つの変量 a，b の共分散を求めよ。

$\boxed{4}$ 次の問いに答えよ。

(1) $x \geqq 0$ とするとき $\displaystyle\int_x^{x+1} t^2 e^{-t}\,dt$ が最大となる x の値を求めよ。

(2) $g(x)$ は $2n$ 次の整式で表された関数として

$$G(x) = g(x) - g''(x) + g^{(4)}(x) - \cdots + (-1)^n g^{(2n)}(x)$$

とおく。

(i) $G''(x) + G(x) = g(x)$ であることを証明せよ。

(ii) $\displaystyle\int_0^{\pi} g(x)\sin x\,dx = G(\pi) + G(0)$ であることを証明せよ。

$\boxed{5}$ 不等式 $5p^2 - 2kp + 5 < 0$ をみたす整数 p がただ 1 つであるような自然数 k をすべて求めよ。

$\boxed{6}$ α は複素数，β は 0 でない複素数とする。複素数平面において点 0 と点 β を通る直線を ℓ_1，点 α を通り直線 ℓ_1 に直交する直線を ℓ_2 とする。また，ℓ_1 と ℓ_2 の交点を γ とする。

(1) 負でない実数 k に対し，$|z-\gamma|=k$ をみたす ℓ_2 上の点 z を β，γ，k を用いて表せ。

(2) γ を α と β を用いて表せ。