

令和5年度入学試験問題(前期日程)

数 学

出 題 意 図

- 問題1 多項式の微分と絶対値を含む式の取り扱いの習熟度を確認する。
- 問題2 ベクトルの分解および内積の基本的な計算力をみる。
- 問題3 対数関数を含む方程式の解法の習熟度を確認する。
- 問題4 余りによる整数の分類と素数に関する理解度を確認する。
- 問題5 数列と区分求積法の習熟度を確認する。
- 問題6 順列・組み合わせ問題に対する習熟度を確認する。
- 問題7 積分により体積を求めることに対する理解度と応用力をみる。

令和5年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学科	解 答 す る 問 題
経法学部	全学科	1, 2, 3, 4 の4問
医学部	医学科	3, 4, 5, 6, 7 の5問
	保健学科	1, 2, 3, 4 の4問
工学部	全学科	3, 4, 5, 6 の4問

1

k を定数とする。関数 $f(x)$ と $g(x)$ を

$$f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x - k, \quad g(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 2x + 4|x - 1|$$

と定めるとき、次の問いに答えよ。

- (1) $y = f(x)$ のグラフと x 軸が相異なる 3 つの共有点をもつような k の値の範囲を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフが相異なる 3 つの共有点をもつような k の値の範囲を求めよ。

2

平面上の三角形 OAB は、 $OA = 3$ 、 $OB = 2$ 、 $\angle AOB = 60^\circ$ を満たすとする。
この三角形の内部に点 H をとり、 $\overrightarrow{OH} = p\vec{a} + q\vec{b}$ とおくと、次の問いに答えよ。
ただし、 p, q は実数で、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。

- (1) $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}$ のとき、 p と q の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (2) H が三角形 OAB の垂心であるとき、 p と q の値を求めよ。

3

方程式

$$\log_a(x-3) = \log_a(x+2) + \log_a(x-1) + 1$$

が解をもつとき、定数 a のとり得る値の範囲を求めよ。

4 3つの自然数 p , $p+10$, $p+20$ がすべて素数となるような p がただ1つ存在することを示せ。

5 数列 $\{a_n\}$ は、すべての項が正であり、

$$\sum_{k=1}^n a_k^2 = 2n^2 + n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とおくと、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n\sqrt{n}}$ を求めよ。

6

数字の1が書かれたカードが2枚、2が書かれたカードが3枚、3が書かれたカードが4枚の計9枚のカードがある。この9枚のカードのすべてを横一列に並べるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 並べ方は全部で何通りあるか。
- (2) 数字の3が書かれたカードが隣り合わないような並べ方は何通りあるか。
- (3) 同じ数字が書かれたカードが隣り合わないような並べ方は何通りあるか。

7

t を実数とし、座標空間内の2点 $P(0, 0, t^2 - 1)$, $Q(t, 1, e^t + e^{-t} - e - e^{-1})$ を考える。 t を $-1 \leq t \leq 1$ の範囲で動かすとき、線分 PQ が通過してできる曲面および2平面 $y = 1$, $z = 0$ で囲まれてできる立体の体積を求めよ。