

令和4年度入試 数学出題意図（後期）

1. 2次関数と指数関数の性質の理解と積分の基礎的な計算力をみる。
2. 確率の理解と数列の計算力をみる。
3. 複素数に関する基礎的な力をみる。
4. 積分の性質の理解および計算力をみる。

令和4年度入学試験問題

数 学

注意事項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4.

1

,

2

,

3

,

4

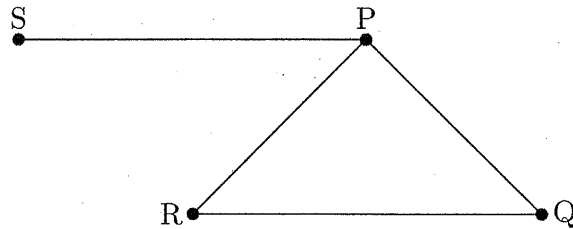
 の4問すべてを解答すること。
5. この問題冊子は持ち帰ること。

1

a, b を正の実数とする。関数 $f(x) = e^{x^2+4ax}$ の値を最小にする x の値を p とする。また、2つの曲線 $y = f(x)$, $y = e^{2ax+b}$ の交点の x 座標のうち、最大のを q とする。このとき、曲線 $y = (x-p)e^{x^2+4ax}$, x 軸, y 軸, および直線 $x = q$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

2

相異なる4つの点P, Q, R, Sがある。



まず、1枚のコインをPに置き、次の試行をくり返す。

1, 2, 3, 4の数字が書かれたカードが1枚ずつ入っている箱からカードを無作為に1枚引き、以下のルールに従ってコインを移し、カードを箱にもどす。

- コインがPにある場合、引いたカードに書かれた数字が1ならQへ、2ならRへ、3または4ならSへコインを移す。
- コインがQにある場合、引いたカードに書かれた数字が1, 2, 3ならPへ、4ならRへコインを移す。
- コインがRにある場合、引いたカードに書かれた数字が1, 2, 3ならPへ、4ならQへコインを移す。
- コインがSにある場合、引いたカードによらず、コインをSに置いたままにする。

n 回の試行後にコインがP, Q, R, Sにある確率をそれぞれ p_n, q_n, r_n, s_n とおく。

- (1) $x_n = p_n - q_n - r_n$ とおく。数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) $y_n = 2p_n + 3q_n + 3r_n$ とおく。数列 $\{y_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 確率 s_n を求めよ。また、数列 $\{s_n\}$ の極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ を求めよ。

3

複素数 w に対し, その虚部を $\text{Im}(w)$ とかく。0 でない複素数 z が

$$\text{Im}(z + z^{-1}) = 0$$

をみたしながら動くとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) 複素数平面において, 点 z はどのような図形を描くか。
- (2) $||z|^2 - 3z + 2i|$ のとりうる値の最小値を求めよ。

4

以下の問いに答えよ。

- (1) 実数全体を定義域とする連続関数 $f(x)$ は、すべての x に対し、 $f(x) > 0$ をみたすとする。正の実数 t に対し、定積分

$$\int_{-t}^t \frac{f(x)}{f(x) + f(-x)} dx$$

を求めよ。

- (2) 定積分

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{1 + e^{-2\sin x}} dx$$

を求めよ。