

2024 年度

# 信州大学理学部 3 年次編入学学力試験

## 理学科 物理学コース

### 出題意図

#### 物理

- 1 基本的な微積分の計算、ベクトル解析、微分方程式の解法について習得しているかを問うている。
- 2 惑星の運動と運動方程式の関係、及び二体問題における運動方程式の意味が理解できているかを問うている。
- 3 静電場に関する問題である。電荷が連続に分布している時の電位と電場、ガウスの法則を理解しているかを問うている。

#### 英語

物理に関する専門用語が含まれた平易な英文の意味を読み取れるか、また、英作文ができるかを問うている。

2024年度

信州大学理学部 3年次編入学学力試験

理学科 物理学コース

物理および英語

解答時間 10:00 ~ 12:30

解答するときの注意事項

1. 解答用紙は、物理については各問につき1枚を、英語については全問で1枚を使用し、白紙の場合でも必ず4枚(物理3枚、英語1枚)提出すること。
2. 各解答用紙に受験番号を必ず記入すること。
3. 必要ならば解答用紙の裏面を使用してもよい。

# 物 理

1

I. 以下の導関数を求めよ。

$$(1) \tan^{-1} x$$

$$(2) \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

II. 以下の不定積分を求めよ。ただし,  $a$  は正の定数とする。

$$(1) \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$(2) \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

III. ベクトル  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$  について,  $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = (\mathbf{C} \cdot \mathbf{A})\mathbf{B} - (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})\mathbf{C}$  を証明せよ。

IV. 放射性同位元素の原子が崩壊する数は、原子の数に比例する。

(1) 時刻  $t$  における原子の数  $N(t)$  について成り立つ微分方程式を書け。ただし、崩壊定数を  $\lambda$  とする。

(2) 微分方程式を解き、時刻  $t$  での原子の数を求めよ。ただし、 $N(0) = N_0$  とする。

(3) 原子の数が半分になる時間を半減期という。半減期が  $5.7 \times 10^3$  年の放射性同位元素の崩壊定数を求めよ。ただし、 $\ln 2$  を 0.69 としてよい。

## 2

I. 太陽と地球は相互に万有引力をおよぼしながら相対運動をしている。ある慣性系 I における太陽と地球の位置ベクトルをそれぞれ  $\vec{r}_S, \vec{r}_E$  とするとき、相対座標  $\vec{r} = \vec{r}_S - \vec{r}_E$  に関する運動方程式は、地球の質量を  $m$  として、

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{GMm}{r^3} \vec{r}$$

と表せる。ここで、 $G$  は万有引力定数、 $M$  は太陽の質量で、 $M \gg m$  である。I 系における太陽と地球の運動方程式から上式を導け。ただし、太陽、地球は質点とみなし、他の物体（惑星や衛星など）の影響は考えなくてよいものとする。

II. 地球が太陽を中心とした円軌道を周回しているものとして以下の問い合わせに答えよ。ただし、太陽、地球は質点とみなし、他の物体（惑星や衛星など）の影響は考えなくてよいものとする。

1. 万有引力の法則を用いてケプラーの第 3 法則を示せ。
2. 角運動量の保存則を用いてケプラーの第 2 法則を示せ。

## 3

真空の誘電率を  $\epsilon_0$  として、以下の問い合わせに答えよ。

半径  $R$  の細い輪の上に正電荷  $Q$  が一様に分布している。輪の中心軸上にあって、輪の中心から距離  $z$  の点を点  $P$  とする。(図 1)

(1) 点  $P$  における電位を求めよ。ただし、無限遠の電位を 0 とする。

(2) (1) で求めた電位を用いて、点  $P$  における電場を求めよ。

半径  $R'$  の絶縁体の薄い円盤上に正電荷が面密度  $\sigma$  で一様に分布している。円盤の中心軸上にあって円盤の中心から距離  $z'$  の点を点  $P'$  とする。(図 2)

(3) (2) の結果を用いて、点  $P'$  における電場を求めよ。

(4)  $R' \rightarrow \infty$  のとき、ガウスの法則を用いて、点  $P'$  における電場を求めることができる。

ガウスの法則とは何か、説明せよ。

(5)  $R' \rightarrow \infty$  のとき、ガウスの法則を用いて、点  $P'$  における電場を求めよ。得られた電場が (3) の答えで  $R' \rightarrow \infty$  としたときと等しくなることを確認せよ。

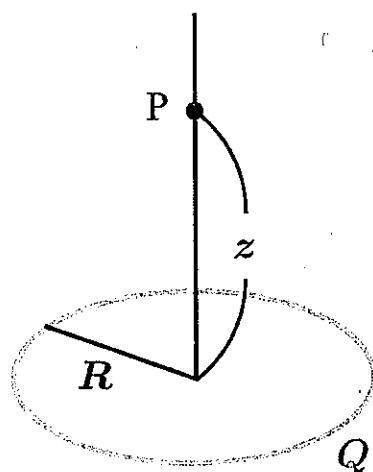


図 1

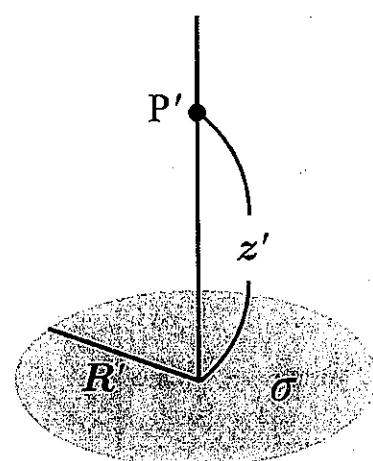


図 2

英語問題は理学部入試事務室窓口で閲覧できます。