

# 令和3年度入学試験問題（前期日程）

## 数 学

### 出 題 意 図

問題1 データの分析に関する基本的な理解をみる。

問題2 放物線，及び平面図形の取り扱いに関する基礎的な力をみる。

問題3 整数の性質の基本的な理解，及び確率に関する基礎的な力をみる。

問題4 空間ベクトルの扱いに関する基礎的な力をみる。

問題5 積分の基礎的な計算力，及びその応用に関する力をみる。

問題6 微分に関する基本的な理解，及び取り扱いに関する力をみる。

問題7 微分の理解，及び関数の取り扱いに関する力をみる。

令和3年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

学部	学科	解 答 す る 問 題
経法学部	全学科	1, 2, 3, 4 の4問
理学部	数学科	2, 3, 4, 5, 6, 7 の6問
医学部	医学科	3, 4, 5, 6, 7 の5問
	保健学科	1, 2, 3, 4 の4問
工学部	全学科	3, 4, 5, 6 の4問

1

以下の問いに答えよ。

- (1) 2つの変数  $x$ ,  $y$  のデータが, 5 個の  $x$ ,  $y$  の値の組として次のように与えられているとする。

$x$	12	14	11	8	10
$y$	11	12	14	10	8

$x$  と  $y$  の相関係数を求めよ。

- (2) 20 個の値からなるデータがある。そのうちの 15 個の値の平均値は 10 で分散は 5 であり, 残りの 5 個の値の平均値は 14 で分散は 13 である。このデータの平均値と分散を求めよ。

2

座標平面において、円  $C$  は  $x > 0$  の範囲で  $x$  軸と接しているとする。円  $C$  の中心を  $P$ 、円  $C$  と  $x$  軸との接点を  $Q$  とする。また、円  $C$  は、放物線  $y = x^2$  上の点  $R(\sqrt{2}, 2)$  を通り、点  $R$  において放物線  $y = x^2$  と共通の接線をもつとする。このとき、 $\triangle PQR$  の面積を求めよ。

3

箱の中に、2 と書かれた札 1 枚と、3 と書かれた札 2 枚が入っている。この箱から札を 1 枚引き、書かれている数字を見てからもとにもどす。この試行を  $n$  回繰り返す。

このとき、 $j$  回目の試行で引いた札に書かれている数字を  $a_j$  とし、 $a_1, a_2, \dots, a_n$  の積を  $A_n$  とおく。さらに、 $A_n$  を 12 で割った余りを  $r_n$  とする。

$n \geq 3$  のとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 2 と書かれた札が出る回数を  $p$  とする。このとき、 $r_n = 6$  となるための  $p$  がみたす必要十分条件を求めよ。
- (2)  $r_n = 6$  となる確率を  $n$  を用いて表せ。
- (3)  $r_n = 0$  となる確率を  $n$  を用いて表せ。

4

四面体  $OABC$  に対し、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とおく。

辺  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  を  $1:2$  に内分する点を、それぞれ  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  とし、辺  $BC$ ,  $AC$ ,  $AB$  を  $2:1$  に内分する点を、それぞれ  $D$ ,  $E$ ,  $F$  とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 4点  $P$ ,  $Q$ ,  $D$ ,  $E$  が同一平面上にあることを示せ。
- (2) 4点  $P$ ,  $Q$ ,  $D$ ,  $E$  の定める平面と直線  $FR$  の交点を  $S$  とするとき、ベクトル  $\overrightarrow{OS}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ。

**5** 以下の問いに答えよ。

(1) 定積分  $\int_0^1 x^4(1-x)^4 dx$  を求めよ。

(2) 定積分  $\int_0^1 \frac{x^4(1-x)^4}{1+x^2} dx$  を求めよ。

(3) 不等式  $\frac{1}{1260} < \frac{22}{7} - \pi < \frac{1}{630}$  を示せ。

6

$a, b, c$  を定数とする。関数  $f(x) = a \sin x + b \cos x + c \sin 2x$  は、 $x = \frac{\pi}{4}$  で極大値  $6\sqrt{2} + \sqrt{3}$  をとるとする。また、 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 12$  であるとする。このとき、 $a, b, c$  の値を求めよ。また、区間  $-\pi \leq x \leq \pi$  における  $f(x)$  の最小値を求めよ。

7

実数全体を定義域とする関数  $f(x)$  は、すべての実数  $a, b$  に対し、

$$f(a+b) = f(a) + f(b) + 4ab$$

をみたすとする。さらに、関数  $f(x)$  は  $x=0$  で微分可能で、 $f'(0) = 2$  であるとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $f(0)$  の値を求めよ。
- (2) 関数  $f(x)$  は区間  $(-\infty, \infty)$  で微分可能であることを示せ。また、関数  $f(x)$  を求めよ。
- (3) 関数  $g(x) = \int_1^x \frac{1}{f(t)} dt$  ( $x > 1$ ) の極限  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$  を求めよ。