

令和3年度入学試験問題（後期日程）

数 学

出 題 意 図

問題1 平面図形の取り扱いに関する力をみる。

問題2 積分の基本的な力，及び値の評価に関する力をみる。

問題3 複素平面の取り扱いに関する基礎的な力をみる。

問題4 微分・積分の応用としての速度，加速度，道のりに関する理解と，三角関数を含む積分の計算力をみる。

問題5 積分の基本的な計算力，及び論証力をみる。

令和3年度入学試験問題

数 学

注 意 事 項

1. この問題冊子は試験開始の合図があるまで開いてはいけない。
2. 解答用紙は問題冊子とは別になっているので、解答はすべて解答用紙の指定されたところに記入すること。また、解答用紙は問題ごとに別になっているので、注意すること。
3. 受験番号を解答用紙の指定されたところへ必ず記入すること。決して氏名を書いてはいけない。
4. この問題冊子は持ち帰ること。

解答にあたっての注意事項

受験者は下の表にしたがって、志望学部学科の問題を解答すること。

| 学部 | 学科 | 解答する問題 |
|------|---|-------------------|
| 理学部 | 全学科 | 1, 2, 3, 4, 5 の5問 |
| 工学部 | 電子情報システム工学科 水環境・土木工学科 機械システム工学科 建築学科 | 1, 2, 3, 4 の4問 |
| 繊維学部 | 全学科 | 1, 2, 3, 4 の4問 |

1 θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ をみたす実数とし、 $s = \frac{2}{2\sin\theta + 1}$ とおく。

平面上の点 O, A, B は、 $|\vec{OA}| = 1, |\vec{OB}| = 2, \angle AOB = 2\theta$ をみたすとする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $s < 1$ をみたす θ の範囲を求めよ。
- (2) θ は (1) で求めた範囲を動くとする。さらに、線分 AB を $(1-s) : s$ に内分する点を C 、線分 OB の中点を D とし、線分 AD と線分 OC の交点を P とする。このとき、 $|\vec{PD}|$ は θ の値によらないことを示せ。

- 2 a, b を $1 \leq a < b \leq 5$ をみたす整数とする。区間 $a\pi \leq x \leq b\pi$ において、曲線 $y = \sqrt{x} \sin x$ と x 軸で囲まれた部分が、 x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積を V とする。このとき、 $V \geq 6\pi^2$ となるような組 (a, b) をすべて求めよ。

3

実数 θ は $0 < \theta < \pi$ をみたすとする。また、複素数平面上の 3 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ は同一直線上にないとする。

点 $A(\alpha)$ を, 点 $B(\beta)$ を中心として θ だけ回転した点を P

点 $B(\beta)$ を, 点 $C(\gamma)$ を中心として θ だけ回転した点を Q

点 $C(\gamma)$ を, 点 $A(\alpha)$ を中心として θ だけ回転した点を R

とおく。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) 3 点 P, Q, R が同一直線上にないとき, $\triangle ABC$ の重心と $\triangle PQR$ の重心は一致することを示せ。
- (2) i を虚数単位とし, $\alpha = 3\sqrt{3} + 2i$, $\beta = 2 - i$, $|\beta - \gamma| = 2$, $\arg(\beta - \gamma) = \theta$ であるとする。直線 PC と直線 QC が直交するとき, θ の値を求めよ。

4

座標平面上を運動する点 P の時刻 t における座標 (x, y) が

$$x = 2t + \sin(2t) - \cos^2 t, \quad y = t - \frac{1}{2} \sin(2t) + 2 \sin^2 t$$

で表されるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 時刻 $t = \frac{\pi}{4}$ における点 P の速度と加速度を求めよ。
- (2) $t = 0$ から $t = \pi$ までに点 P が動いた道のりを求めよ。

5 n を自然数とする。実数 $x > 0$ に対し、

$$\sin x = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{(2k-1)!} x^{2k-1} + \frac{(-1)^n}{(2n-1)!} \int_0^x (x-t)^{2n-1} \sin t \, dt$$

となることを示せ。